Utilisation des fichiers GGB accompagnant le livre probabilités du lycée au supérieur

1/ Explication graphique du théorème de Moivre-Laplace partie 8.1

Utilisation du fichier 1 pour la reprise de l'exemple où $n = 6$ et $p = 0,5$ traité aux pages 109 et 110 :
Au départ, seul l'histogramme de la binomiale classique est affiché. On peut faire apparaitre le premier histogramme correspondant à $\widetilde{X_6}$, cette v.a. est nommée Y dans ce fichier, il s'affiche en bleu. On peut aussi faire apparaitre le second histogramme correspondant à $\widetilde{X_6}$ qui a une aire égale à 1, il s'affiche en gris.
Les histogrammes gris « collent » à la courbe de la loi normale centrée réduite (fichier 1) :
En faisant varier $p \in [0,09\ ;\ 0,91]$ et en prenant n suffisamment grand (disons plus grand que 30), on constate bien cette propriété. On voit aussi que lorsque p s'approche de 0 ou 1, on doit davantage faire augmenter n pour visualiser pleinement le phénomène.

Utilisation du fichier 2 pour le préliminaire sur le « terme central » traité aux pages 112 et 113 :
Au départ, $n = 6$ et $p = 0,25$, le résultat du produit $p(n + 1)$ est affiché.
En prenant $p \in \{0,25; 0,75\}$ et n tel que $n + 1$ est un multiple de 4 (par exemple $n \in \{3; 7; 11\}$), on constate qu'il y a deux termes centraux, le produit $p(n + 1)$ est un entier naturel. Ces situations sont traitées dans le cas 1 du livre.
En faisant varier n ou p , on constate (tout comme pour les valeurs initiales $n = 6$ et $p = 0,25$) qu'il peut y avoir un seul terme central et que cela a lieu lorsque $p(n + 1)$ n'est pas un entier naturel non nul. Ces situations sont traitées dans le cas 2 du livre.

Les résultats avec des formules contenant des parties entières sont affichées, cela permet de constater les deux subtilités du cas 2 traitées dans le livre :
- La subtilité 1 où (u_k) est strictement décroissante peut être visualisée dans le cas où $p = 0,09$ et $n = 10$.
- La subtilité 2 où (u_k) est strictement croissante peut être visualisée dans le cas où $p = 0,91$ et $n = 10$.

2/ Explication graphique d'une valeur et des majorations données dans le chapitre 9

Pour les fichiers 3 et 4, il faut comprendre que les cas où on peut avoir des probabilités $P(\widetilde{X_n} = -2)$ non nuls sont ceux où une barre de l'histogramme bleu est centrée en -2. En faisant varier n et p, vous constaterez que cela n'arrive « pas souvent », mais dans le cadre de la démarche du livre, on doit se prémunir de ces cas.

Utilisation du fichier 3 pour les pages 132 et 140 :

- On peut retrouver une valeur obtenue au début de la partie 9.2 page 132 en prenant $n = 100$ et en conservant $p = 0,5$. Graphiquement en zoomant sur le point $B(-2; 0,011)$ on constate l'approximation $P(\widetilde{X_{100}} = -2) \approx 0,011$.
  Dans ce cas, on a une barre de l'histogramme qui est centrée en -2.
- On peut aussi expliquer la majoration suivante donnée dans la partie 9.3 page 140 (dans une erreur classique) : Pour $p \in [0,2\ ;\ 0,8]$ et $n \geq 25$, on a $P(\widetilde{X_n} = -2) \leq 0,05$.
  Pour cela, on se focalise sur le point $A(-2\ ;\ 0,05)$ et sur l'histogramme bleu correspondant à la v.a. binomiale centrée réduite.
  En faisant varier les curseurs $n \geq 25$ et $p \in [0,2\ ;\ 0,8]$, on constate qu'aucune barre bleue, centrée en la valeur -2 ne dépasse la valeur $0,05$.
  On remarque que pour $n = 4$ (qui n'est pas plus grand que 25) et $p = 0,5$, la barre bleue dépasse le point A puisque dans ce cas, $P(\widetilde{X_n} = -2) = P(\widetilde{X_4} = -2) = P(X_4 = 0) = 0,0625 > 0,05$.

Utilisation du fichier 4 pour traiter des majorations données à la fin de la page 133 :
Pour comprendre l'utilisation du fichier 4, il est recommandé d'avoir regardé ce qui précède dans la partie 2.

- Pour $p \in [0{,}2\ ;\ 0{,}8]$ et $n \geq 500$, on a : $P\left(\widetilde{X_n} = -2\right) \leq 0{,}008$.
  Dans le fichier 4, on se focalise sur le point $A(-2\ ;\ 0{,}008)$ et sur l'histogramme bleu correspondant à la v.a. binomiale centrée réduite.
  En faisant varier les curseurs $n \geq 500$ et $p \in [0{,}2\ ;\ 0{,}8]$, on constate qu'aucune barre bleue, centrée en la valeur -2 ne dépasse la valeur $0{,}008$.
  On remarque que pour $n = 225$ (qui n'est pas plus grand que 500) et $p = 0{,}2$, la barre bleue dépasse le point A puisque dans ce cas, $P\left(\widetilde{X_{225}} = -2\right) = P(X_{225} = 33) \approx 0{,}0086 > 0{,}008$.

- Pour $p \in [0{,}09\ ;\ 0{,}91]$ et $n \geq 500$, on a : $P\left(\widetilde{X_n} = -2\right) \leq 0{,}0125$
  Dans le fichier 4, on se focalise sur le point $B(-2\ ;\ 0{,}0125)$.
  En faisant varier les curseurs $n \geq 500$ et $p \in [0{,}01\ ;\ 0{,}91]$, on constate qu'aucune barre bleue, centrée en la valeur -2 ne dépasse la valeur $0{,}0125$.
  On remarque que pour $n = 294$ (qui n'est pas plus grand que 500) et $p = \frac{6}{7} \approx 0{,}857$ la barre bleue dépasse aussi le point A. Pour le visualiser, on ouvre les propriétés du curseur p, on met par exemple la valeur maximale (max) de l'intervalle à 1 et l'incrément à 1/7, on ferme les propriétés. En plaçant ensuite le curseur p en $0{,}857$ et $n = 294$, on constate cette remarque.
  Algébriquement puis à l'aide d'une calculatrice pour l'approximation on retrouve ce résultat :
  $P\left(\widetilde{X_{294}} = -2\right) = P(X_{294} = 240) \approx 0{,}0093 > 0{,}008$.
  On constate que les histogrammes obtenues avec des valeurs de p proches des extrémités de l'intervalle $[0{,}09\ ;\ 0{,}91]$ ont des barres un peu plus hautes que ceux donnés avec $p \in [0{,}2\ ;\ 0{,}8]$
  Même si la barre précédemment trouvée ne dépasse pas le point B, la valeur $0{,}0125$ a été prise pour se donner une marge suffisamment grande pour qu'on soit certain qu'il n'y ait pas de contre-exemple.

- Le constat graphique des majorations de $P\left(\widetilde{X_n} = -3\right)$ se réalise aussi avec le fichier 4, il est laissé au lecteur.

3/ Explication graphique de l'énoncé du théorème de Moivre-Laplace

Utilisation du fichier 5 pour comparer des aires données par la loi normale et des aires des histogrammes
Dans ce fichier, on dispose des histogrammes gris dont on peut considérer une partie restreinte située entre deux points A et B pour lesquels il est possible de modifier l'abscisse. Le contour s'affiche en noir.
On dispose aussi des intégrales représentant les probabilités $P(\alpha \leq Z \leq \beta)$ où $Z \sim N(0\ ;\ 1)$, il est possible d'afficher une telle intégrale. En cochant le bouton qui lui correspond et en décochant le bouton de l'histogramme gris, on constate très vite la proximité des valeurs données lorsque α (respectivement β) est proche de l'abscisse du point A (respectivement du point B). Au départ c'est environ 0,18.
En prenant $\alpha = -0{,}75$, $\beta = 2{,}75$; A d'abscisse $-0{,}75$, B d'abscisse 2,75 ; $p = 0{,}2$; $n = 25$, on constate encore que les aires sont proches, 0,77 pour l'intégrale et 0,76 pour la partie de l'histogramme.
On peut faire la même chose sur beaucoup de situations avec $n \geq 30$ pour constater la puissance du théorème.

Une dernière chose sur ce fichier, si on prend $\alpha = -1{,}96$ et $\beta = 1{,}96$ et qu'on affiche seulement l'intégrale grise, on constate qu'on a une aire classique, la valeur 0,95 est affichée.